Практическое занятие №4

Тема: Законы эквивалентности. Правила подстановки и транзитивности. Исчисление высказываний.

1. Законы эквивалентности.

Вычисление высказываний редко бывает самоцелью. Чаще необходимо манипулировать ими, чтобы вывести «эквивалентные», но более простые высказывания.

Высказывания E1 и E2 *эквивалентны*, если и только если E1 = E2 есть тавтология. Здесь E1 ~ E2 *эквивалентность.*

1. Законы коммутативности: $(E1 \otimes E2) = (E2 \otimes E1)$, $\otimes$ - обозначает операции = , **AND, OR**.
2. Законы ассоциативности: $(E1 \otimes E2) \otimes E3 = E1 \otimes (E2 \otimes E3)$, $\otimes$ - обозначает операции **AND, OR**.
3. Законы дистрибутивности: $(E1 \otimes E2) \oplus E3 = (E1 \oplus E3) \otimes (E2 \oplus E3)$, $\otimes$ и $\oplus$ - обозначают операции **AND, OR**.
4. Законы де Моргана: **NOT** $(E1 \otimes E2)$ = **NOT** E1 $\oplus$ **NOT** E1), $\otimes$ и $\oplus$- обозначают операции **AND, OR**.
5. Закон отрицания: **NOT** (**NOT** E1) = E1.
6. Закон исключенного третьего: E1 **OR NOT** E1 = T.
7. Закон противоречия: E1 **AND NOT** E1 = F.
8. Закон импликации: : $(E1 \Rightarrow E2)$ = **NOT** E1 **OR** E2.
9. Закон равенства: $(E1 = E2) = (E1 \Rightarrow E2)$ **AND** $(E2 \Rightarrow E1)$.
10. Законы упрощения **OR**: E1 **OR** E1 = E1, E1 **OR** (E1 **AND** E2) = E1, E1 **OR** T = T, E1 **OR** F = E1.
11. Законы упрощения **AND**: E1 **AND** E1 = E1, E1 **AND** (E1 **OR** E2) = E1, E1 **AND** T = E1, E1 **AND** F = F.
12. Закон тождества E1 = E1.

2. Правила подстановки и транзитивности.

Правило постановки: Если e1 = e2 – эквивалентность, а E(x) – высказывание, записанное как функция от одного из своих идентификаторов x. Тогда E(e1) = E(e2) и E(e2) = E(e1) эквивалентности.

Правило транзитивности: Если e1 = e2 и e2 = e3 – эквивалентности, то e1 = e3 - эквивалентности.

3. Исчисление высказываний.

Исчисление это метод рассуждений посредством вычислений над символами.

Элементарной конъюнкцией (дизъюнкцией) называется произвольная конъюнкция (дизъюнкция) высказываний без бинарных операций.

Дизъюнктивной нормальной формой (*д. н. ф.*) называется произвольная дизъюнкция элементарных конъюнкций.

Конъюнктивной нормальной формой (*к. н. ф.*) называется произвольная конъюнкция элементарных дизъюнкций.

Задания

1. Проверить, что законы 1 – 12 являются эквивалентностями, построив таблицы истинности.
2. Доказать, используя правила подстановки и транзитивности:
3. Упростить до одного из шести высказываний: T, F, x, y, x **AND** y, x **OR** y:
4. Показать:
5. При каких значениях x, y, z, ложно высказывание:
6. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальной форме:

Вариант 1.

1. законы 1, 4, 7, 10.
2. закон тождества.
3. x **OR** (y **OR** x) **OR** **NOT** y
   (x **OR** y) **AND** (x **OR** **NOT** y) **AND** (**NOT** x **OR** y) **AND** (**NOT** x **OR** **NOT** y)
   NOT x ⇒ (x **AND** y)
   NOT x ⇒ (**NOT** x ⇒ (**NOT** x **AND** y))
4. что любое высказывание е можно преобразовать в эквивалентное ему в д. н. ф.
5. (((x ⇒ (z **AND** y)) ⇒ (**NOT** y ⇒ **NOT** x)) ⇒ **NOT** y)
6. (((x ⇒ y) ⇒ (z ⇒ **NOT** x)) ⇒ (**NOT** y ⇒ **NOT** z))

Вариант 2.

1. законы 2, 5, 8, 11.
2. **NOT** T ~ F.
3. (x **OR** y) **AND** (x **OR** **NOT** y)
   (x **AND** y) **OR** (x **AND** **NOT** y) **OR** (**NOT** x **AND** y) **OR** (**NOT** x **AND** **NOT** y)
   T ⇒ (**NOT** x ⇒ x)
   NOT x ⇒ x
4. что любое высказывание е можно преобразовать в эквивалентное ему в к. н. ф.
5. (((x **OR** y) **OR** z) ⇒ ((x **OR** y) **AND** (x **OR** z)))
6. (((((x ⇒ y) ⇒ **NOT** x) ⇒ **NOT** y) ⇒ **NOT** z) ⇒ z)

Вариант 3.

1. законы 3, 6, 9, 12.
2. **NOT** F ~ T.
3. x **OR** y **OR** **NOT** x
   (**NOT** x **AND** y) **OR** x
   x ⇒ (y ⇒ (x **AND** y))
   NOT x ⇒ **NOT** x
4. что любое высказывание е можно преобразовать в эквивалентное ему в д. н. ф.
5. ((x **OR** y) ⇒ ((**NOT** x **AND** y) **OR** (x **AND** **NOT** y)))
6. ((x ⇒ (y ⇒ z)) ⇒ ((x ⇒ **NOT** z) ⇒ (x ⇒**NOT** y)))