

Практическое занятие №3

Тема: Высказывания. Вычисление высказываний.

1. Высказывания.

Термин *высказывание* используется для логических переменных, принимающих одно из двух значений F и T, которые представляют понятия «ложь» и «истина». На значениях типа «логический» определены пять операций: отрицание: (**NOT** b), конъюнкция: (b **AND** c), дизъюнкция: (b **OR** c), импликация: (b \Rightarrow c), равенство: (b = c). Высказывания строятся по следующим правилам.

1. F и T – высказывания.
2. Идентификаторы (непустая последовательность букв и цифр, начинающаяся с буквы) являются высказываниями.
3. Если b – высказывание, то (**NOT** b) высказывание.
4. Если b и c – высказывания, то (b **OR** c), (b **AND** c), (b = c), (b \Rightarrow c) – также высказывания.

2. Вычисление постоянных высказываний.

Вычисление постоянных высказываний, содержащих в качестве операндов только константы, имеет три определяемых структурой высказывания e случая: e без операций, e с одной операцией, e с более чем одной операцией.

1. Значение T есть T, значение F есть F.
2. Значения (**NOT** b), (b **AND** c), (b **OR** c), (b \Rightarrow c), (b = c), где b и c – константы F и T в любой комбинации, определяются по таблице, называемой таблицей истинности.

b	c	NOT b	b AND c	b OR c	b \Rightarrow c	b = c
F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	F
T	F	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T	T

3. Значение постоянного высказывания, содержащего более чем одну операцию, получается последовательным применением *таблицы истинности* к подвысказываниям этого высказывания и заменой подвысказываний на их значения до тех пор, пока высказывание не сведется к F или T.

3. Вычисление высказываний в данном состоянии.

Состояние s – это функция из множества идентификаторов в множество значений F и T. *Высказывание e* определено в состоянии *s*, если каждый идентификатор из *e* встречается в *s*. *s(e)* – значение *e* в состоянии *s* – получаемое заменой всех вхождений идентификаторов *b* в высказывание *e* на их значения *s(b)* и вычислением получившегося постоянного высказывания.

Тавтология – высказывание, истинное в любом состоянии, в котором оно определено.

Высказывание выражает, или описывает, множество состояний, в котором оно истинно.

Правила старшинства операций:

1. Последовательность одноименных операций вычисляется слева направо.
2. Порядок вычислений различных между собой и смежных в записи высказывания операций определяется списком: **NOT**, **AND**, **OR**, \Rightarrow , =.

4. Перевод с естественного языка на язык высказываний.

Перевод состоит в том, чтобы представить «элементарные части» предложения идентификаторами, а их отношения описать через логические операции. Пусть идентификатор *r* обозначает - идет дождь, *p* – прогулка отменяется, *w* – вымокнуть, *s* - остаться дома. Тогда, если идет дождь, но я остался дома, я не вымокну: (*r* **AND** *s*) \Rightarrow **NOT** *w*; я вымокну, если идет дождь: *r* \Rightarrow *w*. Если идет дождь, а прогулка не отменена или я не остался дома, то я вымокну: ((*r* **AND** **NOT** *p*) **OR** **NOT** *s*) \Rightarrow *w*, либо *r* **AND** (**NOT** *p* **OR** **NOT** *s*) \Rightarrow *w*. Здесь второй перевод лучше.

Задания

1. Вычислить высказывание в обоих состояниях
2. Выписать таблицы истинности, дающие значения высказываний во всех возможных состояниях
3. Переведите предложения на язык логики высказываний

Вариант 1.

№п/п	Высказывание	m	n	p	q	m	n	p	q
1.1.1.	NOT (m OR n)	T	F	T	T	F	T	T	T
1.1.2.	(m OR n) \Rightarrow p	T	F	T	T	T	T	F	T
1.1.3.	(m = n) AND (p = q)	F	F	T	F	T	F	T	F
1.1.4.	(m \Rightarrow (n \Rightarrow p)) \Rightarrow q	F	F	F	F	T	T	T	T

2. 1. b **OR** c **OR** d.
2. b **OR** (c **AND** d).
3. (**NOT** b = c) **OR** b.
3. 1. $x < y$ или $x = y$.
2. Все следующие утверждения истинны: $x < y$, $y < z$, $v = w$.
3. Следующие утверждения не истинны одновременно: $x < y$, $y < z$, $v = w$.
4. Будет или не будет дождь я пойду купаться.
5. Живут, как кошка или собака.

Вариант 2.

№п/п	Высказывание	m	n	p	Q	M	n	p	q
2.1.1.	NOT m OR n	T	F	T	T	F	T	T	T
2.1.2.	m OR (n \Rightarrow p)	T	F	T	T	T	T	F	T
2.1.3.	m = (n AND (p = q))	F	F	T	F	T	F	T	F
2.1.4.	(m \Rightarrow n) \Rightarrow (p \Rightarrow q)	F	F	F	F	T	T	T	T

2. 1. b **AND** c **AND** d.
2. **NOT** b \Rightarrow (c **OR** b).
3. (b **OR** c) **AND** (b \Rightarrow c) **AND** (c \Rightarrow b).
3. 1. Либо $x < y$, $x = y$, либо $x > y$.
2. Самое большее одно из следующих утверждений истинно: $x < y$, $y < z$, $v = w$.
3. Когда $x < y$, тогда $y < z$; когда $x \geq y$, тогда $v = w$.
4. Живут как кошка с собакой.
5. Если будет дождь, я не пойду купаться.

Вариант 3.

№п/п	Высказывание	m	N	p	q	m	n	p	q
3.1.1.	NOT (m AND n)	T	F	T	T	F	T	T	T
3.1.2.	m = (n AND p = q)	F	F	T	F	T	F	F	F
3.1.3.	(m = n) AND (p \Rightarrow q)	F	T	F	T	T	T	F	F
3.1.4.	(m = n AND p) \Rightarrow q	F	F	F	F	T	T	T	T

2. 1. b **AND** (c **OR** d)
2. **NOT** b = (c **OR** b)
3. (b = c) = (b \Rightarrow c) **AND** (c \Rightarrow b)
3. 1. Если $x > y$, а $y > z$, то $v = w$.
2. Ни одно из следующих утверждений не истинно: $x < y$, $y < z$, $v = w$.
3. Когда $x < y$, $y < z$ означает, что $v = w$, но если $x \geq y$, то $y < z$ не может выполняться; однако если $v = w$, то $x < y$.
4. Если дождь будет лить как из ведра, то будь я проклят, купаться не пойду.
5. Если, когда я буду купаться, дождь будет лить как из ведра, то будь я проклят.